

组合结构有限元计算存在的问题和解决方法

朱合华¹, 缪圆冰¹, 梁 伟², 韩秋官², 陆忠良²

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 上海市隧道工程轨道交通设计研究院, 上海 200070)

摘 要: 梁、板、壳等结构单元在有限元计算中使用十分广泛, 但由于其几何特点, 在组合结构有限元计算中, 如果不正确处理, 有时会给计算结果带来一定的影响。针对组合结构分析中, 应力集中及几何位置简化等导致较大计算误差的情况, 以地铁车站结构中常见的板梁组合结构为分析对象, 从工程实用角度出发提出了相应的对策和解决方法。采用这些措施, 可以在使用现有通用有限元软件进行计算的情况下, 获得较符合实际的结果。

关 键 词: 组合结构; 有限元; 板梁连接; 应力集中

中图分类号: TU 398; O 241

文献标识码: A

Problems in calculating composite structure with FEM and their countermeasures

ZHU He-hua¹, MIAO Yuan-bing¹, LIANG Wei², HAN Qiu-guan², LU Zhong-liang²

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Shanghai Tunnel Engineering and Rail Transit Design and Research Institute, Shanghai 200070, China)

Abstract: Structural elements such as beam, plate and shell, are widely used in the finite element analysis. However, the geometric characteristics of structural elements may lead calculation errors in some cases. For example, when analyzing composite structures with structural elements, some problems such as stress concentration and improper simplification of the geometric position will induce rather large calculation errors. Taking the slab and girder composite structure in subway station as the analyzing object, the corresponding countermeasures are put forward for the purpose of engineering practicality. By using these measures, reasonable result can be obtained with general-purpose FEM software.

Key words: composite structure; stress concentration; slab and girder splice; finite element method

1 引 言

在实际工程的数值模拟中, 梁、板、壳等结构单元的使用十分频繁。虽然从理论上说也可以采用二维和三维的实体单元来分析杆件和板壳等结构, 但要得到精确的结果需要划分大量的单元, 从而使其计算费用十分昂贵, 例如采用六面体单元模拟一根梁, 沿厚度方向至少需要布置 5 层单元^[1], 才能得到与梁单元类似的精确结果。因此, 在有限元分析对象日益复杂的情况下, 结构单元的使用是十分有效而且不可避免的。

由于杆件和板壳结构在几何上具有二个方向或一个方向的尺度比其它方向小得多的特点, 结构单元实际上是通过引入一定的假设, 把这些三维的构

件简化为一维或二维问题。这种单元构造方法方便了问题的求解, 但同时也给工程实际应用特别是组合结构分析带来了一些问题。

(1) 杆、梁单元和板、壳单元与其他单元连接时, 由于接触面简化为一个点或一条线, 导致了接触部位的应力集中, 内力结果急剧增大;

(2) 由于结构单元在某些方向上没有几何尺寸, 在将实际结构简化为结构单元时, 单元几何位置采用的是构件的特征线(面)。因此, 在组合构件连接位置, 单元节点往往并不重合。但在进行有限单元法计算时, 必须强制这些节点重合, 从而影响了计算结果的精度。

这个问题是结构单元本身的几何特点决定的, 因此许多研究者致力于研究有三维几何形状的板、

梁单元。这应该也是比较根本的解决方法,但仍处于研究阶段,实际应用中无法使用。目前常用解决办法主要有两种,一是罚单元法^[2~5],该法是处理不同单元之间连接问题的有效方法,其适应性较强,但罚因子的选取对计算结果影响很大;二是用主次关系法^[6~10]构造空间偏心梁单元的刚度方程,即取板单元节点位置为有限元法中的主节点,梁单元节点位置为次节点,得到主次节点间位移关系式和力关系式,进而导出梁单元的刚度方程。以上两种处理方法在实际中均有应用,但都需要自行编制程序或使用特定的软件,处理起来也相对复杂,对具普遍性的工程应用不太方便。

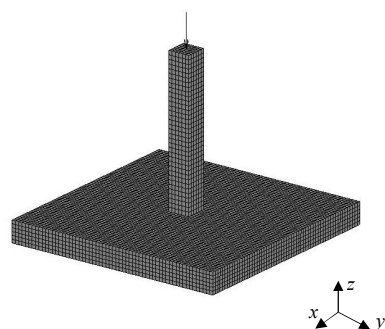
本文主要从工程实用角度出发,探讨如何利用通用有限元分析软件中的结构单元进行计算,以尽可能得到较为准确结果。首先,简单介绍了对应力集中问题的处理方法;其次,对板梁组合结构中使用结构单元产生的节点不重合问题进行重点分析,针对两种不同的结构模型方案分别提出解决方法;而后,简述了在某地铁车站三维有限元计算中的应用;最后,得出了一些实际工程计算可以借鉴的结论。

2 应力集中处理

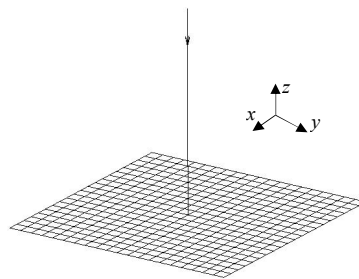
为了分析组合结构有限元计算时采用结构单元造成的应力集中问题,先选取了一个简单的板柱连接计算模型。一块四边简支的板,长和宽均为 10 m,厚 1 m,中心处与一根横截面尺寸为 1 m×1 m,长 7 m 的柱相连,柱顶作用 100 kN 的集中力。材料弹性模量 $E=2.55 \times 10^7$ kPa,泊松比 $\mu=0.2$ 。

如图 1(a)所示,首先采用八结点六面体实体单元建立模型(简称实体模型),在板厚度方向上划分了 6 层单元,共 22 860 个单元。将其计算结果作为精确结果。另外,采用薄板单元和梁单元建立的模型见图 1(b)(简称结构模型),共计 414 个单元。

将两种模型计算得到的应力结果按平面假定整理成弯矩结果如图 2(a)所示。可以看到,在板柱结合位置以外,两种模型的计算结果是基本一致的,而单元数目却相差悬殊,说明了结构单元的使用十分有效。但是,结构模型的计算结果在板柱结合部位有较大的应力集中,板中心弯矩结果比实体模型相应位置的结果大 82%,比实体模型的弯矩最大值大 50%。因此,直接采用按结构单元计算得到的弯矩最大值进行结构设计显然过于保守,且有时会因为配筋量过大而使设计根本无法进行。



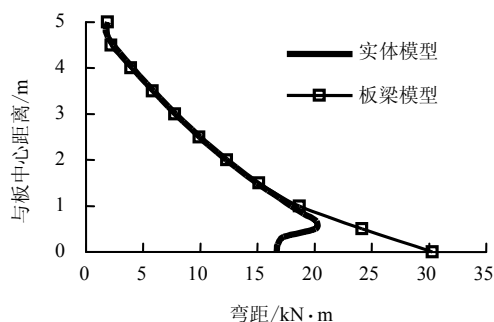
(a) 实体模型



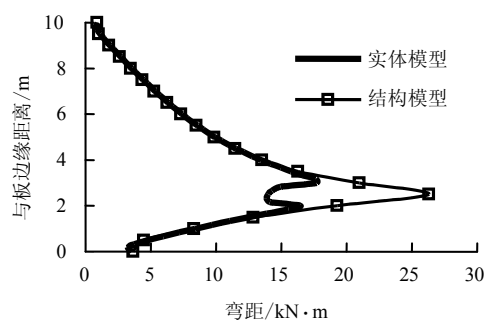
(b) 结构模型

图 1 计算模型

Fig.1 Calculation model



(a) 柱在板中心(取对称)



(b) 柱不在板中心

图 2 板弯矩结果

Fig.2 Bending moments of the plate

计算结果表明,实体模型得到的板单元的弯矩最大值并不在板中心,而位于柱边缘(距板中心 0.5 m)。而结构单元造成的应力集中的影响范围并

不大, 其结果与实体模型的结果在板柱结合部位以外都是基本一致的。并且柱边缘位置的弯距大小只比实体模型的弯距最大值大 20 %。因此可以考虑直接采用结构模型中对应柱边缘处的弯距结果作为实际板弯距的最大值。

为了验证这个结果, 将柱沿 y 轴移动 2.5 m, 使柱不在板中心, 同样采用实体模型和结构模型分别进行计算, 得到板的弯距随距离变化曲线如图 2(b) 所示。柱边缘处的弯距大小与实体单元的弯距最大值也是较接近的。因此, 对于采用结构模型产生应力集中的情况可以不做任何处理, 但不宜直接取用计算结果的最大值, 而应该采用相应的构件边缘处的结果。

3 板梁组合结构处理

正如前文提到的, 对于板梁结合的结构, 梁的中性轴与板的中心有一定的距离, 但在采用有限元计算时必须将梁和板的结点连接在一起。若梁的截面尺寸较小时, 这种影响可以忽略, 但对于梁高较大的情况, 如地铁隧道车站中常见的厚板深梁结构, 若不进行处理, 则会给计算结果带来很大的误差。

为了分析这个问题, 选取了如下计算模型: 一块四边简支的板, 长 10 m、宽 10 m、厚 0.6 m, 板上平放一根长 10 m、宽 1 m、高 1.2 m 的支撑梁, 梁上作用有三个大小为 100 kN 的集中力。材料参数: $E=2.55 \times 10^7$ kPa, $\mu=0.2$ 。如图 3(a) 所示, 首先完全按照组合结构的几何尺寸, 采用八结点六面体实体单元建立模型, 共计 23 760 个单元, 将其计算结果作为精确结果。

采用结构单元计算时, 将板简化为板单元, 对梁则有两种简化方法, 一是直接用梁单元模拟 (图 3(b), 简称板-梁模型), 图中加粗的黑线为梁单元, 可以看到模型中梁单元与板单元在 z 方向上完全重合; 二是在梁高很大的情况下, 也可以采用厚板单元来模拟梁 (图 3(c), 简称板-板模型)。这两种结构模型经过恰当的处理都可以得到符合实际的结果, 下文将分别进行阐述。

3.1 板-梁模型

采用板单元和梁单元进行计算时需输入板厚和梁对两个形心轴的惯性矩。若将板梁分开考虑, 直接计算梁截面对其形心轴 (图 3 (d) 中 $o-o'$ 轴和 $0-0$ 轴) 的惯性矩, 得到板弯距结果与实体模型结果的比较见图 4(a)。显然, 这样计算得到的板弯距结果误差极大, 最大弯距大了约 150 %。原因就是

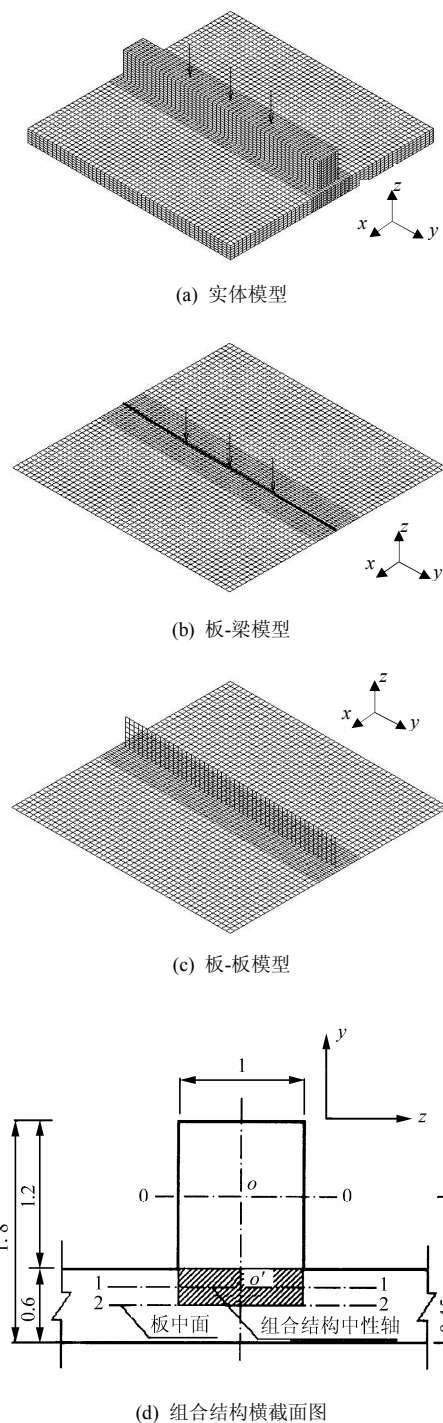
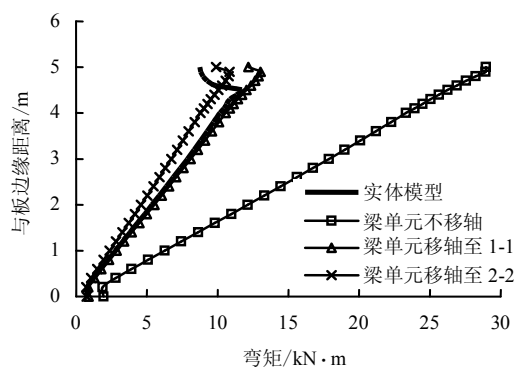


图 3 结构与模型图(单位: m)

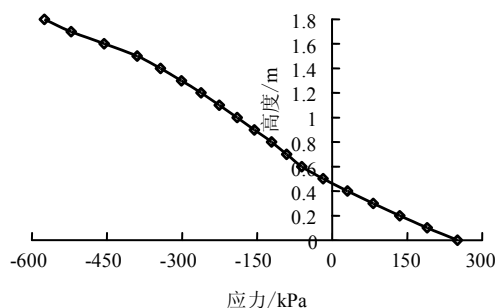
Fig.3 Structures and calculation models(unit: m)

计算时强制梁截面形心与板的中心重合, 梁可以提供的抗弯刚度被大大低估, 梁应承担的一大部分弯距转移到了板上, 因此, 这样计算是很不合理的。

参考偏心梁单元刚度矩阵的计算方法, 其偏心距一般采用的是梁中性轴 ($0-0$ 轴) 与板中性轴 ($2-2$ 轴) 的距离^[6]。据此, 采用平行移轴公式计算得到梁对板截面中线 $2-2$ 轴的惯性矩作为梁单元的截面参数进行计算。图 4(a) 中相应的结果表明, 计算得



(a) 板弯距结果对比图



(b) 梁顶至板底应力分布曲线

图 4 计算结果

Fig.4 Calculation result

到板的弯距结果偏小,可见,这样处理又高估了梁可承担的弯距,即采用梁的抗弯惯性矩偏大。

实际上板和梁是作为一个整体结构受力的,梁的抗弯惯性矩应该选取整个组合结构的形心轴来计算。文献[10]中也指出,偏心梁单元中这种偏心矩的取法相当于强制组合结构的弯曲中性面与板壳的中面重合,这实质上是一种强制约束,势必会影响整体结构的刚度,建议偏心矩应该取至组合结构的形心。将整个截面对 y 轴取静矩,并利用合力矩定理计算出板梁组合截面的中性轴为图 3(d)中的 1-1 轴。在板梁单元有限元模型中,采用梁对 1-1 轴的抗弯惯性矩进行计算后的结果与实体结果十分吻合。只是在板梁结合位置上有一定的应力集中,可以按上节提供的方法进行处理,直接采用梁边缘位置板的弯矩值作为弯矩最大值。

另一方面,在实体模型中取板梁组合结构的一个横截面,从应力的分布图中可以看出,在本例中梁是全截面受压的,而板靠底面的部分承受压应力。为便于分析,在这一断面上取梁顶到板底的一条垂直于板中面的直线,可绘出应力分布曲线(图 4(b))。这条曲线近似为直线,应力为零的点高度为 0.45 m (高度从板底算起),恰好为计算得到的组合结构中中性轴 1-1 的高度。因此,计算得到的 1-1 轴确实为

组合截面的中性轴。

在以上分析的基础上,分别将梁截面尺寸改变为 $0.6 \text{ m} \times 1.2 \text{ m}$, $0.6 \text{ m} \times 1.6 \text{ m}$ 等 2 种情况,采用结构单元建立了模型,梁单元采用了对组合截面形心轴的惯性矩,所得到结果与相应实体模型的结果对比也十分吻合,对于一块简支板上有两根梁的情况,用相同的方法得到的比较结果也是令人满意的。可见这种处理方法正确地给出了梁的抗弯刚度,从而得到了接近实际的结果。同时应该指出,在有限元计算时,板单元仅输入厚度默认中面为特征面,但板中面对组合结构的中性轴也有一定的偏心,因此计算结果与实际情况还是有一定误差。对于大部分板梁组合结构,板的宽度比梁宽大很多,这种偏心的影响较小,可以忽略不计。

3.2 板-板模型

如图 3(c)所示,这样建模可以在一定程度上反映实际结构的几何特征。但在简化时还是会遇到节点偏差的问题,即梁底的结点与板中面的点将在模型中被强制重合。这时如果还把厚板单元高度取为梁高 1.2 m,则实际上减小了梁的高度。图 5 中板的弯矩计算结果与实体模型比较也说明了这一点。较符合实际情况的作法是将厚板高度取为梁顶部至板中面的距离 (1.5 m),只是在板梁结合部位重复考虑了图 3(d)中阴影部分。从图 5 的比较可以看出,由于结合部位的刚度比实际大,使板弯距结果比实体模型结果略小,但同时也在一定程度上削弱了应力集中。总体来说处理效果是十分令人满意的。

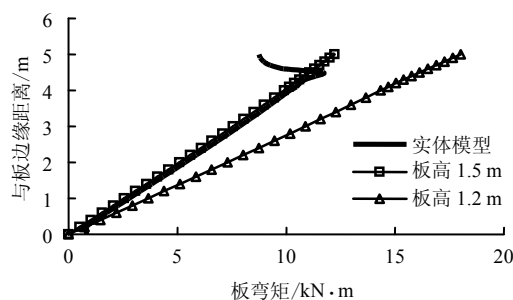


图 5 板弯距结果 (取对称)

Fig.5 Bending moments of the plate (symmetric)

与板-梁模型一样,对板-板模型也计算了不同梁截面和 2 根梁的情况,其结果与实体模型结果基本一致。

图 6 为 3 种计算模型得到的梁弯距结果比较,其中板-梁模型的弯距直接由有限元程序输出,实体模型和板-板模型的结果由应力结果计算得到,且后两者在集中力作用位置均有应力集中。可以看出,

在集中力作用位置以外, 三种模型的结果基本一致, 但板-板模型的结果与实体模型更加吻合。

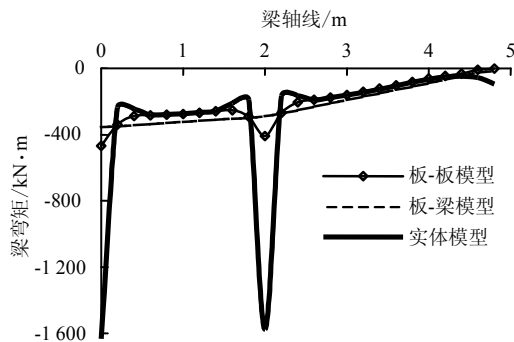


图6 3种模型梁弯矩结果比较

Fig.6 Comparison of bending moments of the beam between three models

以上分析说明, 通过对两种简化模型的恰当处理, 都可以得到与实际基本一致的计算结果。与板-梁模型比较, 板-板模型的优点在于模型的几何位置相对明确, 不用折算组合截面的形心轴位置, 但不能直接得到梁的弯矩结果。这两种简化方法可以根据实际情况选用。另外, 如果要计算板梁组合结构的总弯矩, 应求出板的有效宽度^[11], 将结构简化为等价梯形梁后进行折算。

4 工程实例

由于地铁车站结构中大量存在柱、板、梁的连接, 因此不可避免地产生了本文提到的组合结构有限元计算中的某些问题。某地铁车站为地下两层结构, 为了分析地铁穿越对结构的影响进行了三维有限元分析, 图7为三维有限元模型。

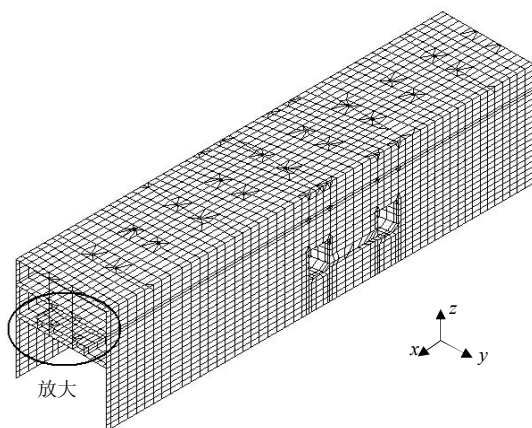


图7 某地铁车站三维有限元模型

Fig.7 Three-dimensional FEM model of a subway station

图8为模型中典型位置的放大图。在柱与板连接时, 如站厅层柱与中板、站台层柱与站台板连接位置, 产生了较大的应力集中。如果直接取用柱与板交点处的应力值, 将得到与实际相距甚远的结果, 因此在算例中采用了本文的方法, 在划分网格时留出柱边缘的位置, 在后处理时采用柱边缘的应力值。另外, 由于在站台板和底板之间布置了站台梁, 显然采用梁单元无法反映原结构的几何位置, 因此, 这里采用了厚板单元进行模拟, 梁高取为站台板和底板中面间的距离, 这样处理并没有增加建模的难度, 并可以较好地模拟实际情况。

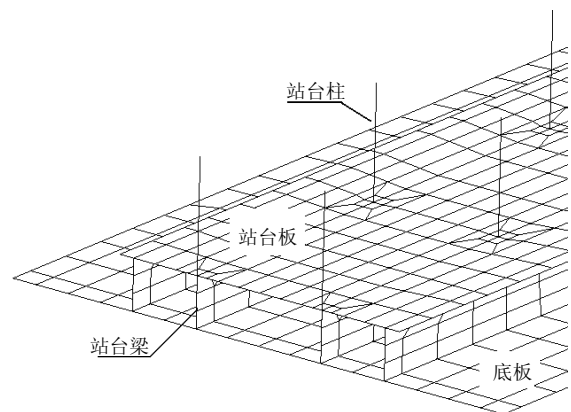


图8 局部放大图

Fig.8 Partial enlarged detail

在实际应用中还应注意具体单元选择问题。对于板单元, 当板厚与板面的最小特征尺寸之比在 $1/80$ 和 $1/5$ 之间时, 可选用薄板单元; 大于 $1/5$ 时, 可选用厚板单元^[12]。对于杆件, 通常只承受轴力或扭矩的杆件可选用杆单元, 承受横向力和弯矩的杆件选用梁单元。另外, 对于高度和跨度的比值大于 $1/5$ 的深受弯梁, 不能忽略横向剪切变形的影响, 因此应该选用考虑剪切变形的梁单元^[13]。

5 结 论

本文从工程计算实用角度出发, 分析了有限元计算中由结构单元固有特点造成的一些问题, 并给出了简单而有效的解决方法, 对工程中相关问题的处理有较大的实际意义。

(1) 使用结构单元时产生的应力仅集中在接触点附近, 可以采用实际构件边缘位置的应力结果;

(2) 对于板梁组合结构有限元计算的节点不重合问题, 若采用板单元和梁单元, 在输入梁单元的参数时, 不能选取梁本身的截面惯性矩, 而应该计

算出板梁组合截面的形心轴位置,在有限元计算时,应采用梁对此形心轴的惯性矩。

(3) 对梁高较大的情况,也可采用厚板单元模拟梁。建模时不宜将厚板的高度取为梁高,而应从梁顶取至板的中面。

(4) 通过对板-梁模型和板-板模型的恰当处理,都可以较好地模拟板梁组合结构,得到与实际基本一致的计算结果。这 2 种方法各有优缺点,可以根据实际情况进行选择。

本文所有的结论和处理方法均从比较典型的一些计算模型得到。虽然在文中分析的仅只是有限的几个算例,但实际上笔者对各种情况进行了计算,并在上海某地铁车站结构的计算中进行了成功的应用。

参 考 文 献

- [1] 彼莱奇科, 廖荣锦, 默然. 连续体和结构的非线性有限元[M]. 庄茁译. 北京: 清华大学出版社, 2002. 442—443.
- [2] 吴强, 凌道盛, 徐兴, 等. 复杂组合板壳结构有限元分析[J]. 浙江大学学报(自然科学版), 1996, 30(1): 85—92.
WU Qiang, LING Dao-sheng, XU Xin, et al. The finite element analysis of sophisticated plate and shell structure[J]. **Journal of Zhejiang University (Natural Science)**, 1996, 30(1): 85—92.
- [3] 曲圣年. 组合结构有限元分析的罚单元法[J]. 固体力学学报, 1982, 11(4): 555—559.
QU Sheng-nian. Penalty element method in the finite element analysis of composite structure[J]. **Acta Mechanica Solida Sinica**, 1982, 11(4): 555—559.
- [4] 朱恒伟, 杨光松, 方赤峰. 组合结构罚有限元分析与罚因子的影响[J]. 固体力学学报, 1996, 17(1): 77—80.
ZHU Heng-wei, YANG Guang-song, FANG Chi-feng. Selection of penalty factor of penalty element method in finite element analysis for composite structures[J]. **Acta Mechanica Solida Sinica**, 1996, 17(1): 77—80.
- [5] 孙苗钟. 处理板梁组合结构连接的一种方法[J]. 天津轻工业学院学报, 1998, (1): 30—36.
SUN Miao-zhong. A method of treating the link of plate-beam composite elastic structures[J]. **Journal of Tianjin Institute of Light Industry**, 1998, (1): 30—36.
- [6] 赵汝嘉. 机械结构有限元分析[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1990. 138—143.
- [7] 傅永华. 关于偏心梁单元刚度矩阵的几点说明[J]. 力学与实践, 1996, 18(2): 65—67.
FU Yong-hua. Several explanations about stiffness matrix of eccentric beam element[J]. **Mechanics in Engineering**, 1996, 18(2): 65—67.
- [8] 葛立勇, 高博青. 组合网壳的有限元法分析[J]. 浙江建筑, 1998, (6): 16—18.
GE Li-yong, GAO Bo-qing. The finite element analysis of composite reticulate shell[J]. **Zhejiang Architecture**, 1998, (6): 16—18.
- [9] 孔煜, 代富红, 严标. 混合型网壳结构的有限元法分析及受力特性的研究[J]. 贵州工业大学学报(自然科学版), 2002, 31(5): 81—85.
KONG Yu, DAI Fu-hong, YAN Biao. Finite element method analysis of a mixed reticulate shell and a study on its static behaviour[J]. **Journal of Guizhou University of Technology (Natural Science)**, 2002, 31(5): 81—85.
- [10] 干洪. 加肋板壳结构肋梁的偏心问题研究[J]. 力学与实践, 1997, 19(4): 33—34.
GAN Hong. Study on the eccentric problem of stiffened plate and shell structure[J]. **Mechanics in Engineering**, 1997, 19(4): 33—34.
- [11] 铁摩辛柯 S. 材料力学(高等理论及问题)[M]. 汪一麟译. 北京: 科学出版社, 1964. 58—62.
- [12] 吴家龙. 弹性力学[M]. 上海: 同济大学出版社, 1993.
- [13] 张誉. 混凝土结构基本原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002. 93—94.